BOLYGÓSZIMULÁCIÓ

A bolygómozgás modellezhető úgy, hogy az egyhelyben álló vonzó centrumtól adott távolságban és adott sebességgel mozgó testre hat a vonzóerő, amelynek hatására a test gyorsulni kezd a centrum felé, azaz módosul a sebessége (nagysága és iránya) ennek következtében letér egyenes vonalú pályájáról (hiperbola, parabola, ellipszis pályán kezd mozogni, vagy becsapódik a vonzó centrumba). A testre ható vonzóerőt a gravitációs állandó, a vonzó centrum tömege (jelöljük ezeket együttesen *GM*-nek), a bolygó test tömege (*m*) és a két test távolsága (*r*) határozza meg ($F = GM*m/r^2$). A test gyorsulása ebből ($a = F/m$) meghatározható, és mindjárt az is kiderül, hogy a mozgást a mozgó test tömege nem befolyásolja. Ez a gyorsulás a vonzó centrum felé mutat, ezért szükséges az irányát is meghatározni. A könnyebb számolás érdekében vegyünk fel egy olyan koordináta-rendszert, amelynek középpontjában van a vonzó centrum, a bolygó helyzetét jelölje *x* és *y*. Ekkor a két test távolsága: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Az ***r*** vektor – amely a középpontból a test felé mutat – a gyorsulással éppen párhuzamos, de ellentétes irányú. Következésképpen a gyorsulást a hellyel arányosan lehet felbontani vízszintes és függőleges irányú összetevőkre ($a_x = a{\cdot}x/r$; $a_y = a{\cdot}y/r$). A gyorsulás és a pillanatnyi sebesség (v_x, v_y) segítségével megkapjuk a Δt idővel későbbi sebességet ($v_{kx} = a_x\,\Delta t + v_x$; $v_{ky} = a_y\,\Delta t + v_y$), és az eközben történt elmozdulást ($\Delta x = 0{,}5a_x\,\Delta t^2 + v_x{\cdot}\Delta t$; $\Delta y = 0{,}5a_y\,\Delta t^2 + v_y\,\Delta t$). A test helyéhez ($x$; y) hozzáadva a változást (Δx; Δy), megkapjuk az új helyét ($x_k = x + \Delta x$; $y_k = y + \Delta y$), valamint Püthagorasz tétele alapján az új távolságot (r_k) is, és ezekből az új gyorsulás (a_k) mindkét összetevőjét.

Tehát a mozgás paramétereit (*GM*, Δt) és kiindulási állapotát (x, y, v_x, v_y, $t = 0$) megadva pillanatról pillanatra haladva megkaphatjuk a bolygó helyzetét, megfelelő diagramtípust választva az (x; y) pontok alapján pedig a test pályáját.

1. Készítse el a fenti modell alapján a pillanatnyi állapotok (x, y, v_x, v_y, a_x, a_y, r) számítását elvégző táblázatot 200 időegységre!

2. Ábrázolja grafikonon a bolygó pályáját!

Javasolt próbaadatok (először egyenként változtatva, a többi adatot 1-nek választva):

	1.	*2.*	*3.*	*4.*	*5.*
GM	$5{\cdot}10^5$	$5{\cdot}10^5$	$5{\cdot}10^5$	10^6	10^6
X	-100	-100	0	140	0
Y	100	100	100	140	150
Vx	100	100	70	70	90
Vy	-70	-10	-60	-30	0
Δt	0,01	0,01	0,01	0,1	0,1

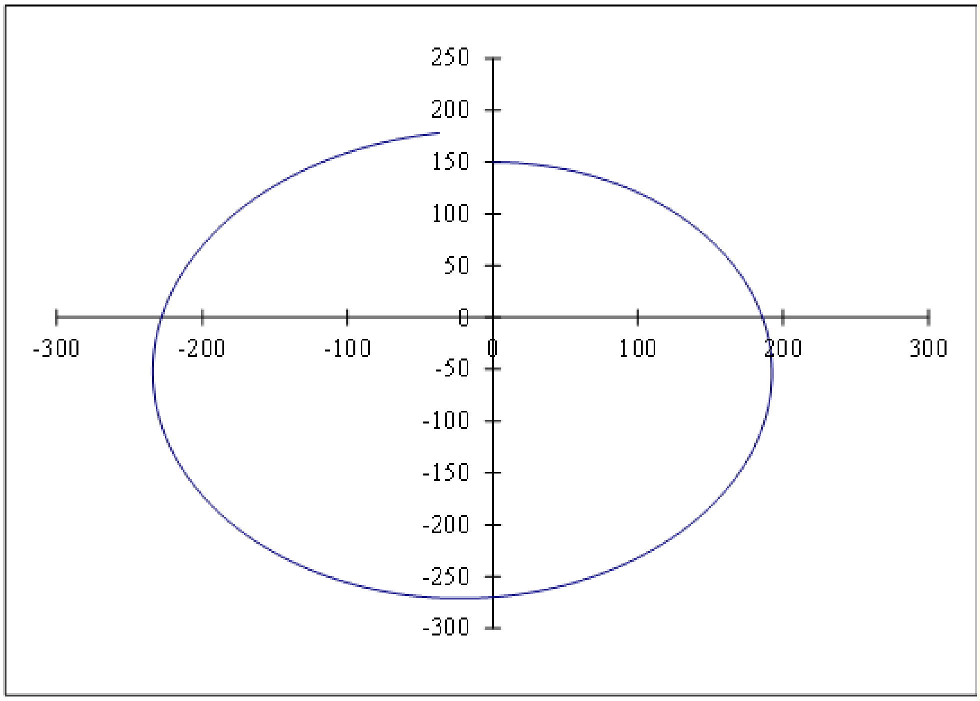
(Mennyire jó a modell?)

Szerzői megoldás részlete:

Bolygók szimulációja

gm	*1000000*
m	*1*
x	*0*
vx	*90*

dt	*0,1*
y	*150*
vy	*0*



t	x	y	vx	vy	ax	ay	r
0	0,000	150,000	90,000	0,000	0,000	-44,444	150,000
0,1	9,000	149,778	90,000	-4,444	-2,664	-44,336	150,048
0,2	17,987	149,112	89,734	-8,878	-5,309	-44,012	150,193
0,3	26,933	148,004	89,203	-13,279	-7,911	-43,474	150,434
0,4	35,814	146,458	88,412	-17,627	-10,449	-42,730	150,774
0,5	44,603	144,482	87,367	-21,900	-12,901	-41,790	151,210
0,6	53,275	142,083	86,077	-26,079	-15,248	-40,665	151,743
0,7	61,807	139,272	84,552	-30,145	-17,472	-39,370	152,371
0,8	70,175	136,061	82,805	-34,082	-19,558	-37,921	153,091
0,9	78,357	132,463	80,849	-37,874	-21,495	-36,337	153,903
1	86,335	128,494	78,699	-41,508	-23,272	-34,637	154,804
1,1	94,088	124,170	76,372	-44,972	-24,883	-32,839	155,791
1,2	101,601	119,508	73,884	-48,255	-26,325	-30,964	156,860
1,3	108,858	114,528	71,251	-51,352	-27,594	-29,032	158,009
1,4	115,845	109,248	68,492	-54,255	-28,693	-27,059	159,233
1,5	122,551	103,687	65,623	-56,961	-29,625	-25,065	160,529
1,6	128,965	97,866	62,660	-59,467	-30,394	-23,064	161,894
1,7	135,079	91,804	59,621	-61,774	-31,006	-21,073	163,322
1,8	140,886	85,521	56,520	-63,881	-31,471	-19,104	164,811
1,9	146,381	79,037	53,373	-65,791	-31,796	-17,168	166,355
2	151,559	72,372	50,193	-67,508	-31,991	-15,276	167,952